

■ Différence de hauteur entre Atlantique et Méditerranée ■

Christian Garing

Le but de ce modèle simpliste est de montrer que la différence du taux de salinité entre l'océan et la mer permet à elle seule de justifier que le niveau de l'Atlantique est en moyenne environ 15 cm au-dessus du niveau de la Méditerranée.

■ Le modèle de la statique des fluides

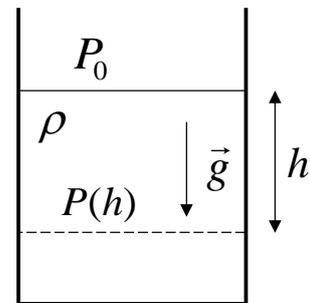
Les marées sont importantes dans l'océan Atlantique ; ce dernier tente alternativement en marée haute de « remplir » la mer Méditerranée puis en marée basse de la « vider ». Mais comme il ne s'écoule que 12 h 25 min entre deux marées hautes successives, il n'y arrive pas, cet intervalle de temps étant bien trop court ! Malgré des courants importants dans le Déroit de Gibraltar conduisant à une navigation difficile, le modèle adopté pour sa simplicité est celui de la statique des fluides (plutôt vrai loin du déroit et approximativement réalisé lors de « l'inversion » du sens de ces courants).

Rappel de la loi de la statique des fluides

Dans un liquide incompressible en équilibre dans le champ de pesanteur, la pression croît linéairement avec la profondeur suivant la formule :

$$P(h) = P_0 + \rho gh$$

C'est la loi de Pascal ou loi fondamentale de l'hydrostatique, où P_0 est la pression en surface, ρ la masse volumique du liquide et g l'accélération de la pesanteur (la pression au fond d'une piscine est plus grande qu'en surface...).



Rq : Cette loi reste valable pour un écoulement irrotationnel en se déplaçant perpendiculairement aux lignes de courant. Ainsi, pour des déplacements horizontaux de l'eau, on peut l'appliquer ; cela donne plus de crédibilité au modèle « statique ».

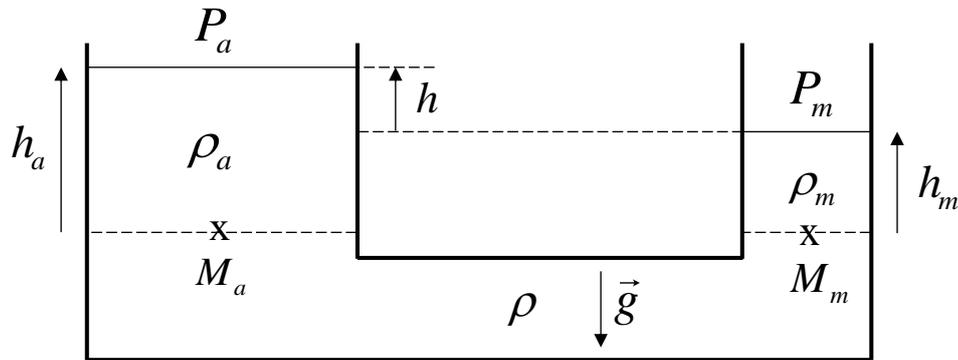
Autres hypothèses :

- Les eaux de salinité différente ne sont pas miscibles, ce qui n'est pas vrai en dynamique dans la zone de contact (encore que l'eau de la Méditerranée, plus dense, s'écoule en dessous de celui de l'Atlantique, moins dense), mais découle du modèle statique qui ne permet pas la convection ; quand à la diffusion du sel entre deux liquides de salinité différente, elle est très lente comme toutes les diffusions, donc négligée.

- Entre les deux eaux de salinité différente, on doit avoir une zone (au niveau du Déroit de Gibraltar), siège d'un gradient de concentration (modélisé par le fluide de masse volumique ρ dans le tube en U)
- Les températures de l'océan et de la mer sont uniformes ; vu les faibles dénivelés, le champ de pesanteur est pris uniforme de norme g ; en revanche, la pression atmosphérique est prise *a priori* différente sur l'océan et la mer.
- Ceci assure qu'à une profondeur donnée, la masse volumique ne dépend que de la salinité ; le taux de salinité de l'océan Atlantique (environ 35 g/L) est plus faible que celui de la Méditerranée (environ 38 g/L).

Rq : La géométrie ou la forme du « récipient » à deux branches n'a aucune importance car la loi de Pascal s'écrit pour des pressions et non pour des forces (pression multipliée par une surface), donc un récipient à base « rectangulaire » ou un récipient en forme de tube en U donnent le même résultat. Il en est de même de la section des deux branches verticales qui n'interviennent pas.

■ Application au système Atlantique / Méditerranée



On considère *a priori* que la pression atmosphérique P_a au-dessus de l'Atlantique (a) n'est pas la même que la pression atmosphérique P_m au-dessus de la Méditerranée (m), non pas pour la faible différence d'altitude h puisque la masse volumique de l'air est négligeable devant celle de l'eau de mer, mais pour, par la suite, pouvoir examiner l'influence de la météo sur h . La partie basse de masse volumique ρ n'intervient pas.

À gauche : $P_{M_a} = P_a + \rho_a g h_a$ et à droite : $P_{M_m} = P_m + \rho_m g h_m$

Or les points M_a et M_m sont à la même altitude dans un même liquide à l'équilibre ; le principe des vases communicants s'applique et $P_{M_a} = P_{M_m}$ d'où :

$$P_m - P_a = g(\rho_a h_a - \rho_m h_m)$$

La relation $h_a = h_m + h$ permet d'y éliminer h_a d'où :

$$P_m - P_a = g[(\rho_a - \rho_m)h_m + \rho_a h]$$

Et finalement :

$$h = \left(\frac{\rho_m}{\rho_a} - 1 \right) h_m + \frac{P_m - P_a}{\rho_a g} \quad (1)$$

- Le premier terme $h_1 = h_{salinité} = \left(\frac{\rho_m}{\rho_a} - 1 \right) h_m$ est lié à la différence des masses volumiques : le taux de salinité de la Méditerranée est plus important que celui de l'Atlantique, ce qui augmente sa masse volumique, la parenthèse est positive et donc h_1 est positif comme sur la figure (résultat attendu puisque la Méditerranée, plus « dense » s'enfonce plus bas que l'Atlantique).

Rq : C'est aussi l'expression que l'on obtient par (1) dans le cas d'une météo identique (ou comparable) sur l'Atlantique et la Méditerranée lorsque $P_m \approx P_a$.

- Le deuxième terme $h_2 = h_{météo} = \frac{P_m - P_a}{\rho_a g}$ est lié à la différence de météo, il va dans le même sens que le premier s'il est positif c'est-à-dire si $P_m > P_a$, ce qui est intuitif car correspond à un anticyclone en Méditerranée (une pression plus forte de l'atmosphère qui fait baisser le niveau de la mer) et une dépression sur l'Atlantique (une pression plus faible de l'atmosphère qui relève le niveau de l'océan).

■ Application numérique en ordre de grandeur

1. Effet lié à la différence du taux de salinité

Il est difficile de trouver les bonnes valeurs numériques du taux de salinité (et donc de la masse volumique de l'eau de mer) car cette grandeur dépend de l'endroit, de la température et de la profondeur et il n'a pas été tenu compte de ces paramètres. Par ailleurs $\rho_m \approx \rho_a$, la parenthèse est donc une grandeur faible et l'erreur sur sa valeur est importante. Par ailleurs il faut donner la profondeur h_m de la mer au niveau de Gibraltar.

Le site suivant est utile : <http://pravarini.free.fr/Images/Eaudemer.htm>

Le taux de salinité de l'océan Atlantique, environ 35 g/L, lui assure une masse volumique (légèrement supérieure à celle de l'eau pure), à 15 °C, $\rho_a = 1026,02 \text{ kg/m}^3$.

| Salinité (g/kg) | Température (°C) | Pression (bar) | (après intro des valeurs, appuyer sur le bouton) | Masse vol. (kg/m ³) |
|---------------------------------|---------------------------------|--------------------------------|--|--------------------------------------|
| <input type="text" value="35"/> | <input type="text" value="15"/> | <input type="text" value="1"/> | <input type="button" value="calcul"/> | <input type="text" value="1026.02"/> |

La mer Méditerranée est une mer fermée, avec davantage d'évaporation d'eau, son taux de salinité est supérieur à celui de l'Atlantique, 38 g/L à l'ouest (côté Espagne / Maroc) et peut aller jusqu'à 42 g/L à l'est (côté Liban / Israël), ce qui lui assure une masse volumique légèrement plus élevée, à 20 °C, $\rho_m = 1027,1 \text{ kg/m}^3$, très proche de

ρ_a .

| Salinité (g/kg) | Température (°C) | Pression (bar) | (après intro des valeurs, appuyer sur le bouton) | Masse vol. (kg/m ³) |
|---------------------------------|---------------------------------|--------------------------------|--|-------------------------------------|
| <input type="text" value="38"/> | <input type="text" value="20"/> | <input type="text" value="1"/> | <input type="button" value="calcul"/> | <input type="text" value="1027.1"/> |

Rq : La relation entre taux de salinité et masse volumique n'est pas simple, « l'équation d'état internationale » est donnée sur le site indiqué.

La profondeur et la largeur minimales du détroit de Gibraltar reliant l'Atlantique à la Méditerranée entre l'Espagne et le Maroc sont $h_m = 250$ m ($\approx h_a$) et 14 km.

Alors $h_{salinité} = \frac{\rho_m - \rho_a}{\rho_a} h_m = \frac{1,08}{1026} 250 \approx 0,26$ m ; ces 26 cm (valeur attendue de 15 cm)

représentent un très bon ordre de grandeur (on aurait pu trouver des μ m ou des km !) et confirme que la différence de salinité explique bien l'écart de niveau entre l'océan et la mer.

La mer Baltique, bien moins salée ≈ 7 g/L se situe entre 40 et 50 cm au-dessus de la Méditerranée.

2. Effet lié à la météo

La pression « normale » au niveau des mers est de 1013 hPa (anciennement des mbar).

Dans le cas d'une dépression sur l'Atlantique (il faut retrancher 20 hPa), on choisit $P_a = 993$ hPa. Simultanément, pour un anticyclone en Méditerranée (il faut rajouter 20 hPa), on choisit $P_m = 1033$ hPa.

$h_{météo} = \frac{P_m - P_a}{\rho_a g} = \frac{40 \times 100}{1026 \times 9,81} \approx 0,40$ m, ce qui est le même ordre de grandeur que $h_{salinité}$!

Rq : En Méditerranée, la météo (dépression ou anticyclone) pourrait donc faire varier le niveau normal de ± 30 cm si l'on prend des variations de pression de ± 30 hPa.